Vital Annex: International Journal of Novel Research in Advanced Sciences (IJNRAS)
Volume: 01 Issue: 05 | 2022 ISSN: 2751-756X
http://innosci.org

Об Одном Методе Воображения "Воображаемой Геометрии"

Файзуллаев Шерзод
Преподаватель кафедры общей математки Джизакского государственного педагогического университета

Аннотация: В статье приводится интерпретация плоскости Лобачевского. Для этого использован метод "воображение" то есть использована видимая часть Евклидовой плоскости, и получен аналог интерпретации Кели-Клейна.

Ключевые Слова: Основные понятия, хорда, параллельность, непересекаемость, пучок прямых, неевклидова геометрия, аксиома.

В этом году 1 декабря исполнится 230 лет выдающему математику XIX века Николаю Ивановичу Лобачевскому, одному из создателей неевклидовой геометрии.

Понятие неевклидова геометрия появилось 7 февраля (по старому стилю) 1826 года, когда Н.И.Лобачевский представил физико-математическому факультету Казанского университета доклад под названием "Рассуждения о принципах геометрии". Свою геометрию он назвал "воображаемой".

Многие писали о том, что его идею не понимали его современники она была признана после появлении геометрической интерпретации его идей.

Школьная геометрия называется Евклидовой, она основывается на пяти постулатах (аксиомах) Первые четыре постулата составляют основу "абсолютной геометрии". Это следуюшие четыри постулата:

1. Через две точки проходит единственная прямая.
2. Прямая, принадлежашая плоскости, делит ее на две полуплоскости.
3. На луче можно отложить отрезок произвольной длины.
4. Прямые углы равны между собой.

Пятый постулат Евклида формилируется сложно, поэтому он заменен равносилной ему аксиомой, которая называется аксиомой параллельности.

5. Через точку, не лежашую на данной прямой можно провести единственную параллелную прямую к ней.

Проблема пятого постулата заключается в том, что нельзя его доказать с помошью предидуших четырех постулатов.

Об этой проблеме думал и сам Евклид. Решением этой проблемы занимались многие учение до Лобачевского.

Заслуга Н.И.Лобачевского в том, что он предложил другую аксиому вместо аксиомы параллельности.

Аксиома Лобачевского следующая:

Vital Annex: International Journal of Novel Research in Advanced Sciences (IJNRAS)
Volume: 01 Issue: 05 | 2022 ISSN: 2751-756X
http://innosci.org

Через точку, не лежашую на данной прямой можно провести две прямые непересекаюшие данную пряму.

Конечно, аксиома не очевидна и ее трудно представить.

В настояшее время существуют различные способы геометрической реализации аксиомы Лобачевского [1].

Мы хотим представить один из методов геометрической реализации аксиомы Лобачевского, который доступен старшеклассникам. Чтобы представить “Воображаемую геометрию” Лобачевского, предлогаем метод “воображения”. Рассмотрим плоскость, то есть плоскость которую мы понимаем из школьной геометрии. Основными понятиями на плоскости являются “точка” и “прямая”. Эти понятия принимаются без определения.

Основные понятия на плоскости Евклида остовляем без изменения.

Вообразим себе, что смотрим на плоскость, даже вооружившись современной техникой мы увидем ограниченную часть плоскости (рис. 1).

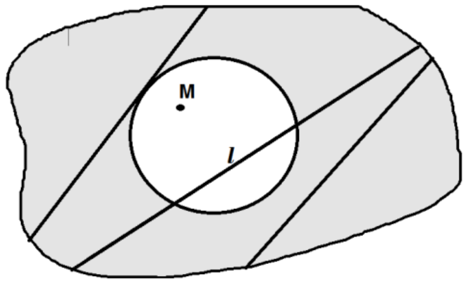

рис. 1

Для удобства, расмотриваемую часть плоскости считаем кругом. Окружность, ограничиваюшая расмотриваемый круг, считаем границей нашей возможности. За плоскость Лобачевского принимаем, ту часть плоскости которую мы видем. Тогда точками плоскости Лобачевского, являются точки круги. Окружность, являюшаяся границей нашей возможности, считаем бесконечно удоленными точками плоскости Лобочевского.

Любая прямая на плоскости Евклида может пересекаться, касаться или не пересекаться с кругом этой плоскости. Очивидно, о прямых не пересекающихся с кругом и прямых которые касаются круга мы не имеем представления, так как мы их не видем. Поэтому мы считаем прямыми плоскости Лобачевского, ту часть евклидовых прямых, которые содержатся в круге. Следовательно прямыми плоскости Лобачевского являются хорды окружности, ограничиваюшие расмотриваемый круг.

На рисунке 2 показана плоскость Лобочевского и ее основные геометрические понятия “точка” A и “прямая” l .

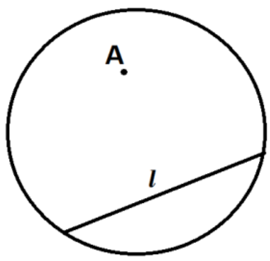

рис. 2

Vital Annex: International Journal of Novel Research in Advanced Sciences (IJNRAS)
Volume: 01 Issue: 05 | 2022 ISSN: 2751-756X
http://innosci.org

На рисунке 3 изброжена прямая l и точка M , не лежащей на этой прямой. Через точку M проведены прямые T_1 и T_2 не пересекающиеся с данной прямой l.

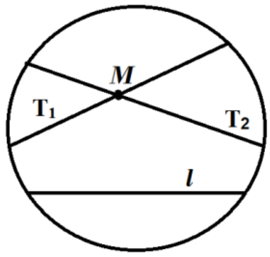

рис. 3

Значит, на плоскости Лобачевского за точки принимаем точки круга и за прямые - хорды окружности ограничивающей этот круг, через точку не лежащую на данной прямой можно провести две прямые не пересекающие данную прямую.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 1. На плоскости Лобачевского через точку, не лежащую на данной прямой, проходит бесконечное множество прямых, не пересекающихся с данной прямой.

Доказательство: Действительно, прямые T_i которые проходят через точку M и по вертикальным углам, не содержащим прямую l не пересекаются

с прямой l так как они принадлежат разным полуплоскостям относительно прямых T_1 и T_2 .
Значить на плоскости Лобачевского через точку, не лежащую на данной прямой проходит бесконечное множество прямых, не пересекающихся с данной.

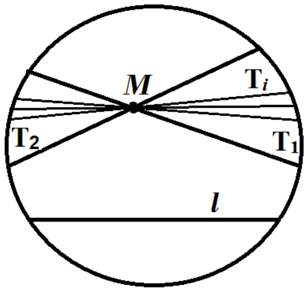

рис. 4

Возьмем некоторую точку $K \in l$ и проведем прямую через точки M и K. По первому постулату такая прямая существует. Причем, таких прямых будет бесконечно много, и они называются прямыми пересекающими данную прямую

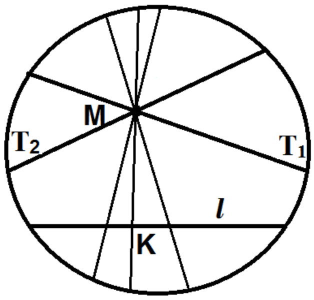

рис. 5

Следовательно пучок прямых, проходящих через точку M разделяется на два множества, множество прямых пересекающихся с прямой l и множество прямых не пересекающихся с прямой l.

Определение: Прямая проходящая через точку M и ограничивающая множество пересекающих и непересекающих прямых прямую l называется параллелным l .

В школьной геометрии непересекающиеся прямые называются параллельными. Но на плоскости Лобачевского непересекаемость и параллельность различные понятия.

Vital Annex: International Journal of Novel Research in Advanced Sciences (IJNRAS)
Volume: 01 Issue: 05 | 2022 ISSN: 2751-756X
http://innosci.org

На плоскости Лобачевского справедливо следующая теорема.

Теорема 2. На плоскости Лобачевского через точку не лежашую на данной прямой, можно перевести две параллельные к ней прямые.

Доказательство. Рассмотрим прямую проходящую через точку М и пересекаюшую прямую l в точке К. Возьмем последовательность точек K_i стремящихся к бесконечности по прямой l .

Когда точки K_i стремятся в бесконечность прямые MK_i поварвчиваются

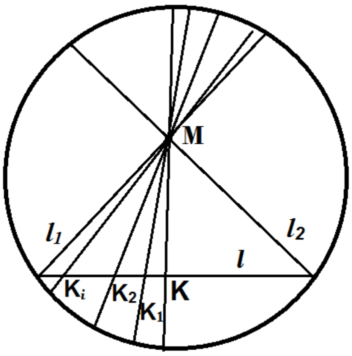

рис. 6

вокруг точки М. При повороте вокруг точки М прямые MK_i переходят из множество пересекающих прямых к множеству непересекающих. Тогда существует прямая l_1 ограничивающая эти множества. Это прямая l_1 проходит через точку окружности, являющейся концом хорды l. Она и будет параллельной к l в смысле плоскости Лобачевского. Когда точки K_i стремится к другой стороне по l мы получаем вторую параллельную l_2. Таким обредом через точку М , не лежашую данной прямой l можно провести две параллельные прямые l_1 и l_2.

В справедливости этих понятий в жизни можно убедиться, рассмотрев параллельные рельсы поездов идущих достаточно далеко по прямой в смысле обычной геометрии. Нами приведенное интерпретация плоскости Лобачевского, известно под названием интерпретация Кели-Клейна [2]. Мы его объяснили используя элементы школьной геометрии и воспользовались воображением.

рис. 7

Литература.

1. Г. Ғаймназаров, Х. Наржигитов, О. Г. Ғайимназаров. Лобачевскийнинг ноевклид геометрияси. Тошкент – 2017.
2. И. М. Ҳатамов, Ш. У. Файзуллаев. Физика, математика ва информатика. Илмий – услубий журнал. Тошкент – 2019 йил. 1-сон.